

## CK0031: Avaliação parcial 0 (05 de dezembro de 2016)

**Questão 0-00.** You are given the following two functions  $g(\mathbf{x}) = (1 - x_1)^2$  and  $h(\mathbf{x}) = 100(x_2 - x_1^2)^2$  of two variables. Let  $f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) + h(\mathbf{x})$ , then:

1. Obtain expressions for all first and second derivatives of  $f(\mathbf{x})$ ;
2. Use the expressions of the derivatives to compose the gradient vector  $\nabla f(\mathbf{x})$  and the Hessian matrix  $\mathbf{H}(f(\mathbf{x}))$  for the function;
3. Evaluate  $f(\mathbf{x})$ ,  $\nabla f(\mathbf{x})$  and  $\mathbf{H}(f(\mathbf{x}))$  at point  $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 0)$ .

For all scalars, vectors and matrices that appear in the expressions you must indicate their meaning, type and size (e.g.,  $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^2$ ,  $\nabla f(\mathbf{x}) \in, \dots$ ).

---

Dadas duas funções  $g(\mathbf{x}) = (1 - x_1)^2$  e  $h(\mathbf{x}) = 100(x_2 - x_1^2)^2$ , com duas variáveis cada uma, defina a função  $f(\mathbf{x}) = g(\mathbf{x}) + h(\mathbf{x})$  e, em seguida:

1. Obtenha as expressões para todas as derivadas primeiras e segundas de  $f(\mathbf{x})$ ;
2. Use as expressões das derivadas para compor o vetor gradiente  $\nabla f(\mathbf{x})$  e a matriz Hessiana  $\mathbf{H}(f(\mathbf{x}))$  da função;
3. Calcule  $f(\mathbf{x})$ ,  $\nabla f(\mathbf{x})$  e  $\mathbf{H}(f(\mathbf{x}))$  no ponto  $\mathbf{x}^{(0)} = (0, 0)$ .

Para todos os escalares, vetores e matrizes que aparecem nas expressões, você deve indicar o tipo e o tamanho (ex.,  $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^2$ ,  $\nabla f(\mathbf{x}) \in, \dots$ ).

**Questão 0-01.** For some function  $f(\mathbf{x})$ , with gradient  $\nabla(f(\mathbf{x}))$  and with Hessian  $\mathbf{H}(f(\mathbf{x}))$ , let  $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^d$  be an initial approximation of a minimiser of  $f(\mathbf{x})$ , then

1. Write the general algorithm for line-search (descent) minimisation;
2. Give conditions for valid descent directions, explain their meaning;
3. Characterise the general algorithm as conjugate-gradient method

Again, for all terms in the expressions you must indicate meaning, type and size.

---

Para uma função  $f(\mathbf{x})$ , com gradiente  $\nabla(f(\mathbf{x}))$  e Hessiana  $\mathbf{H}(f(\mathbf{x}))$ , seja  $\mathbf{x}^{(0)} \in \mathbb{R}^d$  uma aproximação inicial de um minimizador de  $f(\mathbf{x})$ . Faça o que se pede a seguir:

1. Escreva o algoritmo geral de minimização line-search (método de descida);
2. Forneça as condições de validade para as direções descendentes, e explique o significado delas;
3. Especifique a algoritmo geral de forma que ele represente o método do gradiente conjugado

Mais uma vez, para todos os termos nas expressões, você deve indicar, o significado, o tipo e o tamanho.